

BSEB VVI SUBJECTIVE GUESS QUESTION 2022

MATHEMATICS

गणित

CLASS 10

SECTION-B

विषयनिष्ठ प्रश्न

50 Marks

B-1

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. वास्तविक संख्याएँ

- 625 के अभाज्य गुणनखण्ड में 5 का घात कितना होगा ?
- $4/75$ परिमेय संख्या के दशमलव प्रसार सांत या असांत आवर्ती है ज्ञात करें।
- 156 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखिए।
- बतायें की एक परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का योग परिमेय संख्या होती है या अपरिमेय संख्या।
- $127/200$ का दशमलव प्रसार ज्ञात करें।
- अभाज्य गुणनखण्ड विधि से 8, 9 और 25 का म० स० और ल०स० निकालें।
- परिमेय $\frac{73}{2^4 \times 5^3}$ संख्या का दशमलव विस्तार दशमलव के कितने स्थानों के बाद सांत हो जायेगा।
- अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा 15, 12 और 21 पूर्णाकों के HCF और LCM ज्ञात कीजिए।
- $HCF(306, 657) = 9$ दिया है, $LCM(306, 657)$ ज्ञात कीजिए।
- अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा 7, 11, 19 का म०स० और ल०स० ज्ञात कीजिए।
- यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग कर 196, 3822 का H.C.F. (म० स०) ज्ञात कीजिए।
- संख्याएँ 867 और 255 का म० स० ज्ञात करने के लिए यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग कीजिए।
- क्या $7 \times 11 \times 13 + 13$ और $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 + 5$ विभाज्य संख्याएँ हैं? कैसे ?
- संख्याएँ 135 और 225 का H.C.F. ज्ञात करने के लिए यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म तकनीक का प्रयोग करें।
- क्या किसी प्राकृत संख्या n के लिए 6^n अंक 0 पर समाप्त हो सकता है ?
- दर्शाइए कि एक धनात्मक विषम पूर्णाक $4q + 1$ या $4q + 3$ के रूप में होता है, जहाँ q एक पूर्णाक है।
- 336 और 54 को यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म विधि से HCF (म० स०) निकालें।
- किसी खेल के मैदान के चारों ओर एक वृत्ताकार पथ है। इस मैदान का एक चक्कर लगाने में सोनिया को 18 मिनट लगते हैं, जबकि इसी मैदान का एक चक्कर लगाने में रवि को 12 मिनट लगते हैं। मान लीजिए वे दोनों एक ही स्थान और एक ही समय पर चलना प्रारंभ करके एक ही दिशा में चलते हैं। कितने समय बाद वे पुनः प्रारंभिक स्थान पर मिलेंगे ?

1

प्रश्नों के उत्तर के लिए देखें

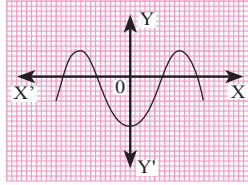
BHARTYA BHAWAN

READ AND PASS SURE SUCCESS GUESS PAPER-2022

19. दर्शाइए कि कोई भी धनात्मक विषम पूर्णांक $6q + 1$ या $6q + 3$ या $6q + 5$ के रूप का होता है, जहाँ q कोई पूर्णांक है।
20. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।
21. सिद्ध करें $2 + \sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या नहीं है?
22. सिद्ध करें कि $5 - \sqrt{3}$ अपरिमेय है।
23. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।
24. सिद्ध कीजिए कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

2. बहुपद

1. बहुपद $4x^2y^2$ का घात निकालें।
2. किसी बहुपद $p(x)$ के लिए, $y = p(x)$ का ग्राफ नीचे आकृति में दिया गया है, $p(x)$ के शून्यकों की संख्या लिखिए।



3. दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म

2. अनुपात $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर बतावें कि दिया गया समीकरण युग्म प्रतिच्छेदी है, समांतर या सम्पाती है। $6x - 3y + 27 = 0$ और $2x - y + 9 = 0$
2. अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि रैखिक समीकरण $2x - 3y = 8$ तथा $4x - 6y = 9$ के युग्म संगत हैं या असंगत।
3. हल करें: $2x + y = 10$
 $3x - y = 5$
4. हल कीजिए:
 $\frac{1}{2x} + \frac{1}{2x} = 2$ तथा $\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{13}{6}$
5. हल करें: $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ और $ax + by = a^2 + b^2$.
6. हल करें: $x + y = a - b$
 $ax - by = a^2 + b^2$.
7. हल करें: $9x^4 - 29x^2 + 20 = 0$.
8. हल करें: $\frac{4}{x} + 3y = 8$ और $\frac{6}{x} - 4y = -5$
9. समीकरण का हल निकालें: $ax + by = a - b$
 $bx - ay = a + b$.
10. हल करें:
 $\frac{x}{10} + \frac{y}{5} + 1 = 15$ और $\frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 15$.

4. द्विघात समीकरण

1. $2x^2 + 3x + 4$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात करें।
2. समीकरण $5x^2 = 4x - 2$ का विवेचक ज्ञात करें।
अथवा, द्विघात समीकरण $5x^2 - 4x + 2 = 0$ का विवेचक ज्ञात करें।
3. $2x^2 - 3x + 4$ के मूलों की प्रकृति निकालें।
4. समीकरण $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए।
5. समीकरण $2x^2 - 6x + 3 = 0$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए।
6. द्विघात बहुपद का शून्यक ज्ञात कीजिए। दिया गया बहुपद $x^2 - 2x - 8$ है।
7. बहुपद $x^2 - 3$ का शून्यक निकालें।
8. यदि $4x^2 - 25 = 0$; तो x का मान लिखिए।
9. $a^2p^2x^2 - q^2 = 0$ के मूलों को लिखें।
10. द्विघात बहुपद ज्ञात करें जिनके शून्यक $\sqrt{3} + 1$ एवं $\sqrt{3} - 1$ हैं।
11. किसी द्विघात बहुपद का शून्यक -2 और -5 है तो बहुपद ज्ञात करें।
12. दो क्रमागत धनात्मक पूर्णाकों का गुणनफल 306 है इसे द्विघात समीकरण के रूप में लिखें।
13. द्विघात समीकरण $x^2 - 3x - 10 = 0$ का मूल ज्ञात कीजिए।
14. यदि द्विघात समीकरण के मूल $\sqrt{5}$ और $-\sqrt{5}$ हों तो उस समीकरण को लिखें।
15. उस द्विघात बहुपद को निकालें जिनके शून्यकों का योगफल और गुणनफल क्रमशः शून्य और $\sqrt{5}$ है।
16. एक द्विघात बहुपद ज्ञात करें, जिसके शून्यकों का योग 1 तथा गुणनफल 1 हो।
17. बहुपद के मूलों का योग और गुणनफल $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ है तो बहुपद निकालें।
18. यदि α और β द्विघात बहुपद $f(x) = ax^2 + bx + c$ के शून्यक हों; तो $\alpha^2 + \beta^2$ का मान निकालें।
19. यदि α और β द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यक हों तो $\alpha^2 + \beta^2$ का मान ज्ञात करें।
20. p का मान निकालें, यदि दिए हुए समीकरण का मूल समान है: $3x^2 - 5x + p = 0$.
21. k के किस मान के लिए समीकरण $kx^2 + 4x + 1 = 0$ के मूल वास्तविक और समान हैं।
22. द्विघात समीकरण $2x^2 + kx + 3 = 0$ में k का ऐसा मान ज्ञात कीजिए कि उसके दो बराबर मूल हों।
23. द्विघात समीकरण का मूल निकालें: $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$
24. k के किस मान के लिए समीकरण $(k - 12)x^2 + 2(k - 12)x + 2 = 0$ मूल वास्तविक और समान होंगे।
25. द्विघात समीकरण $2x^2 + x - 4 = 0$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। यदि मूलों का अस्तित्व हो, तो उन्हें ज्ञात कीजिए।
अथवा, द्विघात समीकरण को पूर्ण वर्ग बनाने की विधि से हल करें—
 $2x^2 + x - 4 = 0$
26. द्विघात समीकरण $9a^2b^2x^2 - 48abcdx + 64c^2d^2 = 0$ मूल निकालें।
27. द्विघात समीकरण को पूर्ण वर्ग बनाने की विधि से हल करें—
 $2x^2 + x - 4 = 0$.

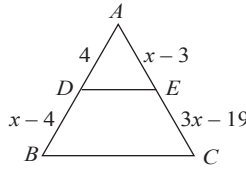
4. समांतर श्रेढ़ियाँ

1. समांतर श्रेणी (A.P.) $-50, -15, 10, 35, \dots$ का 10 वाँ पद ज्ञात करें।
2. $10, 7, 4, \dots$ 62 ठीक पहले का पद लिखें।
3. समानांतर श्रेणी $1, 4, 7, 10, \dots$ के 18 वें पद का मान ज्ञात करें।
4. $1 + 3 + 3 + \dots$ का योग n पदों तक निकालें।
5. $2, 7, 12, \dots$ 10 पदों का समांतर श्रेढ़ी में योग ज्ञात कीजिए।
6. $3, 8, 13, 18, \dots$ का कौन-सा पद 18 है?
7. यदि A.P. में $l = 28, S = 144$ और कुल 9 पद हुआ है; तो a ज्ञात कीजिए।
8. समान्तर श्रेणी $3, 8, 13, 18$ का कौन पद 78 है।
9. किसी A.P. का n वाँ पद $6n + 2$ है। उसका सार्वअंतर (C.D.) ज्ञात करें।
10. A. : $3, 8, 13, 18, 23, \dots$ का पन्द्रहवाँ पद निकालें।
11. $\frac{4}{5}, x, 2$ किसी A.P. के क्रमागत पद हों, तो x का मान क्या होगा?
12. यदि A.P. का n वाँ पद $3n + 1$ हो तो A.P. निकालें।
13. उस A.P. का 31 वाँ पद ज्ञात कीजिए, जिसका 11 वाँ पद 38 है और 16 वाँ पद 73 है।
14. दो अंकों वाली कितनी संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं?
15. यदि किसी A.P. के तीसरे और नौवें पद क्रमशः 4 और -8 हैं, तो इसका कौन-सा पद शून्य होगा?
16. A.P. : $3, 15, 27, 39, \dots$ का कौन-सा पद उसके 54 वें पद से 132 अधिक होगा?
17. उस स० श्रे० का n पदों का योगफल ज्ञात करें जिसका प्रथम पद a तथा पदान्तर d है।
18. उस A.P. के प्रथम 51 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसके दूसरे और तीसरे पद क्रमशः 14 और 18 हैं।
19. यदि किसी समकोण त्रिभुज की भुजाएँ स० श्रे० (A.P.) में हों तो सिद्ध करें कि उसकी भुजाएँ $3 : 4 : 5$ के अनुपात में होंगी।

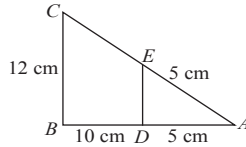
5. त्रिभुज

1. ऐसे समकोण त्रिभुज की रचना की संभावना ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ 5 cm, 6 cm और 8 cm हों।
2. $\triangle ABC$ की भुजाओं के मध्यबिन्दु क्रमशः D, E और F हों तो $\frac{ar(DEF)}{ar(ABC)}$ का मान ज्ञात करें।
3. समान संख्या के भुजाओं वाले बहुभुजों के समरूप होने की आवश्यक शर्तों को लिखें।
4. दो त्रिभुजों के समरूप होने की किन्हीं दो शर्तों को लिखें।
अथवा, दो त्रिभुजों के समरूप होने की दो शर्तों को लिखें।
5. दो समरूप त्रिभुजों की परिमाप 30 cm और 20 cm है। यदि पहले त्रिभुज की एक भुजा 12 cm हो, तो दूसरे त्रिभुज की संगत भुजा निकालें।
6. समलम्ब चतुर्भुज $ABCD$ में $AB \parallel CD$ और $AB = 2CD$ यदि $\triangle AOB$ का क्षेत्रफल 84 cm^2 हो तो $\triangle COD$ का क्षेत्रफल निकालें।
7. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$; $AB = 5$ cm, $ar(ABC) = 20$ cm^2 तथा $ar(DEF) = 45$ cm^2 तो $DE = ?$

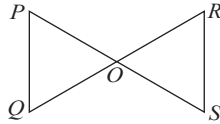
8. दी गयी आकृति में, $DE \parallel BC$ तो x का मान निकालें।



9. दो समरूप $\triangle ABC$ और $\triangle PQR$ का परिमाण क्रमशः 36 सेमी और 24 सेमी है। यदि $PQ = 10$ सेमी; तो AB का मान निकालें।
10. दिये गये आकृति में, $AD = 5$ cm, $AE = 6$ cm, $BC = 12$ cm तथा $DB = 10$ cm हों; तो EC और DE का मान निकालें।

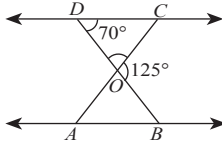


11. $\triangle ABC$ में P और Q क्रमशः AB तथा AC पर दो बिन्दु इस प्रकार हों कि $PQ \parallel BC$ और $\frac{AP}{PB} = \frac{2}{3}$ हो, तो $\frac{AQ}{QC}$ का मान ज्ञात करें।
12. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात 25 : 64 है; तो उनकी भुजा का अनुपात निकालें।
13. $\triangle ABC$ की भुजाओं BC , CA और AB के क्रमशः D , E , F मध्य बिन्दु हैं, तो $\frac{ar(\triangle DEF)}{ar(\triangle ABC)}$ को ज्ञात करें।
14. आकृति में यदि $PQ \parallel RS$ तो सिद्ध करें कि $\triangle POQ \sim \triangle ROS$.



15. यदि किसी त्रिभुज में एक कोण का समद्विभाजक सम्मुख भुजा को समद्विभाजित करता है, तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज समद्विबाहु है।
16. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसका कोण C समकोण है। सिद्ध कीजिए कि $AB^2 = 2AC^2$ है।
17. एक त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक बिन्दु D इस प्रकार स्थित है कि $\angle ADC = \angle BAC$, तो दिखाइए कि $CA^2 = CB \cdot CD$ है।
18. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AC = BC$ है। यदि $AB^2 = 2AC^2$ है, तो सिद्ध कीजिए कि ABC एक समकोण त्रिभुज है।
19. $\triangle ABC$ एक समबाहु \triangle है जिसकी प्रत्येक भुजा a cm है, तो सिद्ध करें कि त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ होगी।

20. आकृति में, $\triangle ODC \sim \triangle OBA$, $\angle BOC = 125^\circ$ और $\angle CDO = 70^\circ$ है। $\angle DOC$, $\angle DCO$ और $\angle OAB$ ज्ञात कीजिए।



21. त्रिभुज ABC में, $\angle A = 90^\circ$ है। यदि $AD \perp BC$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$ है।
22. किसी समबाहु त्रिभुज में, सिद्ध कीजिए कि उसकी एक भुजा के वर्ग का तिगुना उसके एक शीर्षलंब के वर्ग के चार गुने के बराबर होता है।
23. यदि अधिककोण त्रिभुज में $\angle ABC > 90^\circ$ और AD , CB के बढ़ाये हुए भाग पर लम्ब हो तो सिद्ध करें कि
- $$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC \cdot BD.$$
24. सिद्ध करें कि समलम्ब चतुर्भुज के दोनों विकर्ण एक-दूसरे को समानुपाती खण्डों में विभाजित करते हैं।
25. यदि $\triangle ABC$ में $AD \perp BC$ है, तो सिद्ध करें कि $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$.
अथवा, $AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$

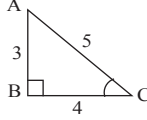
6. निर्देशांक ज्यामिति

- बिन्दु $(5\cos\theta, 0)$ और $(0, 5\sin\theta)$ के बीच की दूरी क्या है?
- बिन्दु $\triangle ABC$ के शीर्ष $A(4, 3)$, $B(6, 5)$ और $C(2, 4)$ हैं तो \triangle के केन्द्रक का निर्देशांक क्या होगा?
- बिन्दु $(2, -2)$ और $(-2, 2)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करें।
- भुज या कोटि की परिभाषा दें।
- उस त्रिभुज के क्षेत्रफल के लिए सूत्र लिखें जिसके शीर्षों के नियामक (x_1, y_1) , (x_2, y_2) और (x_3, y_3) हैं।
- किसी तल में दो बिन्दु $C(4, 6)$ और $D(6, 8)$ स्थित हैं, तो उनके बीच की दूरी निकालें।
- किसी तल में दो बिन्दु $A(4, 6)$, $B(6, 8)$ हैं, तो इन दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा का मध्य बिन्दु का निर्देशांक क्या होगा?
- मूल बिन्दु से $P(6, -6)$ की दूरी निकालें।
- दो बिन्दुओं $(1, 2)$ और $(-3, 5)$ के बीच की दूरी ज्ञात करें।
- y का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए बिंदु $P(2, -3)$ और $Q(10, y)$ के बीच की दूरी 10 मात्रक है।
- बिंदु (a, b) तथा $(-a, -b)$ के बीच की दूरियाँ ज्ञात कीजिए।
- x -अक्ष पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जो $(2, -5)$ और $(-2, 9)$ से समदूरस्थ हैं।
- बिन्दु A और B के बीच की दूरी निकालें। यदि उनके निर्देशांक $A(a, 0)$ और $B(0, a)$ है?

14. बिन्दु $(8, 10)$ और $(6, 12)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करें।
15. यदि A और B के निर्देशांक क्रमशः (x_1, y_1) और (x_2, y_2) हो तो रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु का निर्देशांक निकालें।
16. उस बिन्दु का निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(2, 3)$ और $(3, -1)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड को $2 : 1$ के अनुपात में अन्तर्विभाजित करता है।
17. बिन्दुओं $(22, 20)$ और $(0, 16)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु निकालें।
18. दो बिन्दु $P(2, -2)$ और $Q(-2, 2)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु निकालें।
19. A और B के निर्देशांक क्रमशः $(1, 4)$ और $(5, 2)$ हैं, P का निर्देशांक निकालें यदि $\frac{AP}{PB} = \frac{3}{4}$
20. उस त्रिभुज का केन्द्रक निकालें जिनके शीर्ष $(3, -5)$, $(-7, 4)$ तथा $(10, -2)$ हैं।
21. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(-5, -1)$, $(3, -5)$, $(5, 2)$ हैं।
22. यदि ABC के शीर्ष के नियामक क्रमशः $(-5, 7)$, $(-4, -5)$ और $(4, 5)$ हों तो ΔABC का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
23. a का मान निकालें यदि $(a, 2)$ और $(3, 4)$ की बीच की दूरी 8 है।
24. किसी तल में P और Q दो बिन्दु हैं जिनके नियामक क्रमशः $(1, -3)$ और $(4, 1)$ हैं तो PQ की लम्बाई ज्ञात करें।
25. यदि बिन्दु $Q(0, 1)$ बिन्दुओं $P(5, -3)$ और $R(x, 6)$ से समदूरस्थ हो तो x का मान ज्ञात करें।
26. सिद्ध करें कि तीन क्रमागत बिन्दुएँ $(1, 5)$, $(2, 4)$ और $(3, 3)$ सररेखी हैं।
27. A का मान निकालें, यदि P और Q का निर्देशांक क्रमशः $(-1, 4)$ और $(a, 3)$ हो, उनके बीच की दूरी 1 हो।
28. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं $(-1, 7)$ और $(4, -3)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को $2 : 3$ के अनुपात में विभाजित करता है।
29. बिन्दुओं $(-3, 10)$ और $(6, -8)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु $(-1, 6)$ किस अनुपात में विभाजित करता है?
30. बिन्दु $(3, -6)$ और $(5, 3)$ को x -अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है।
31. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में, $(3, 0)$, $(4, 5)$, $(-1, 4)$ और $(-2, -1)$ हैं।
32. दर्शाइए कि समकोण त्रिभुज OBA में कर्ण का मध्य बिन्दु C त्रिभुज के शीर्षों O, A तथा B से बराबर दूरी पर है।
33. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालें जिसके शीर्षों का नियामक $(3, 4)$, $(-4, 3)$ और $(8, 6)$ हैं।
34. k का मान ज्ञात कीजिए, यदि बिन्दु $A(2, 3)$, $B(4, k)$ और $C(6, -3)$ सररेखी हैं।
35. यदि बिन्दु $A(6, 1)$, $B(8, 2)$, $C(9, 4)$ और $D(p, 3)$ एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष इसी क्रम में हों, तो p का मान ज्ञात कीजिए।
36. सिद्ध कीजिए कि बिन्दुएँ $(5, -2)$, $(6, 4)$ और $(7, -2)$ एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।

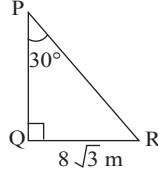
7. त्रिकोणमिति का परिचय

- $\sin^2 61^\circ + \cos^2\left(\frac{122^\circ}{2}\right)$ का मान कितना होगा ?
- $\frac{\tan 19^\circ}{\cot 71^\circ}$ का मान कितना होगा ?
- $\sin\theta \cdot \cot\theta$ का व्युत्क्रम बतावें।
- यदि $\cot\theta = \tan(30^\circ + \theta)$; $\theta < 90^\circ$; $30^\circ + \theta < 90^\circ$, तो θ का मान ज्ञात करें।
- $\sin\theta$ को $\sec\theta$ के पदों में व्यक्त करें।
- $\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ}$ का मान निकालिए।
- $\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$ का मान निकालिए।
- यदि $\cot A = \frac{a}{b}$ जहाँ $a, b \in R$, तो $\sin^2 A$ का मान ज्ञात करें।
- $\sin 30^\circ$ का मान लिखें।
- $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ$ का मान बतावें।
- यदि $\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$ तो A का मान ज्ञात करें जबकि $2A$ एक न्यून कोण है।
- चित्र से $\sin\theta$ का मान ज्ञात करें-



- यदि $\sin A = x$ तो $\cos A$ का मान x के पदों में निकालें।
- $\frac{\tan^2 36^\circ}{\cot^2 54^\circ}$ का मान ज्ञात करें।
- यदि $\tan A = \cot B$ तथा A और B न्यूनकोण है, तो सिद्ध करें $A + B = 90^\circ$ ।
- मान निकालें $\sin 25^\circ \cdot \cos 65^\circ + \cos 25^\circ \cdot \sin 65^\circ$ ।
- मान निकालें: $\sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ$ ।
- $2\cos^2 A + \frac{2}{1 + \cot^2 A}$ का मान निकालें।
- $\sin A$ को $\sec A$ एवं $\operatorname{cosec} A$ के पदों में व्यक्त करें।
- $2\tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।
- यदि $\sin 3\theta = \cos(\theta - 6^\circ)$ जहाँ 3θ न्यून है, तो θ का मान निकालें।
- साबित करें: $\tan 7^\circ \cdot \tan 23^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \tan 67^\circ \cdot \tan 83^\circ = \sqrt{3}$
- त्रिभुज ABC में और $AC = 6\sqrt{2}$ cm सेमी $AB = 6$ cm तथा $BC = 6$ cm हो, तो $\angle B$ का मान निकालें।
- यदि $\sin A = \frac{3}{4}$ तो $\cos A$ और $\tan A$ का मान निकालें।
- यदि $\tan\theta = 0.75$ तो $\sin\theta$ और $\operatorname{cosec}\theta$ का मान निकालें।
- यदि $x\cos\theta = 1$ और $\tan\theta = y$ तो $x^2 - y^2$ का मान निकालें।
- सिद्ध करें $\frac{\tan^3\theta - 1}{\tan\theta - 1} = \sec^2\theta + \cos\theta$
- यदि $\sin A = \frac{3}{5}$ तो $\cos A$ एवं $\tan A$ का मान ज्ञात करें।

29. यदि $\tan\theta = \frac{5}{12}$ तो $\sin\theta + \cos\theta$ का मान निकालें।
31. $\triangle ABC$ एक समकोण \triangle है जिसमें BC क्षैतिज है $AB = 8$ cm, $\angle ABC = 60^\circ$ तो C से B की दूरी निकालें।
32. किसी त्रिभुज ABC में कोण B समकोण है और $AB = 5$ cm तथा $\angle ACB = 30^\circ$ तो भुजा BC और AC की लम्बाई प्राप्त कीजिए।
33. यदि $15 \cot A = 8$, तो $\sin A$ और $\sec A$ का मान ज्ञात कीजिए।
34. दी गई आकृति में PQR एक समकोण त्रिभुज है जिसमें QR क्षैतिज है। $QR = 8\sqrt{3}$ m तथा $\angle QPR = 30^\circ$ हो तो Q से P की ऊँचाई ज्ञात करें।



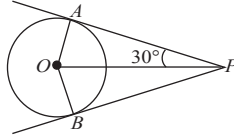
35. यदि $\cos(A+B) = \frac{1}{2}$ एवं $\sin(A-B) = \frac{1}{2}$, $0 \leq A$,
 $B \leq 90^\circ$ तथा $A > B$ तो A और B का मान निकालें।
36. यदि $\sin\theta = \sqrt{3} \cos\theta$ तो $\sin\theta + \cos\theta$ का मान निकालें।
37. सिद्ध करें $\frac{1}{\sec\theta - \tan\theta} = \sec\theta + \tan\theta$.
38. यदि $\cot\theta = \frac{7}{8}$, तो $\frac{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$ का मान निकालिए।
39. यदि $\sec A = \frac{25}{7}$ तो $\tan A + \cot A$ का मान ज्ञात करें।
40. यदि $\sec\theta = \frac{13}{12}$ हो तो अन्य सभी त्रिकोणमितीय अनुपात परिकलित कीजिए।
41. यदि $\pi = 180^\circ$ हो तो मान ज्ञात करें: $\cos^2 0^\circ + \tan^2 \frac{\pi}{4} + \sin^4 \frac{\pi}{4}$.
42. यदि $\sin A + \cos A = 1$ तो सिद्ध करें $\cos A - \sin A = \pm 1$.
43. सिद्ध करें: $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = 2\sec\theta$.
44. सिद्ध करें: $\tan\theta + \cot\theta = \sec\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$.
45. मान निकालिए: $\frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ}$
46. मान निकालिए: $\frac{5\cos^2 60^\circ + 4\sec^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ}{\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ}$
47. सिद्ध कीजिए: $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A$
48. सिद्ध कीजिए कि $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = 2\operatorname{cosec}\theta$

49. सिद्ध कीजिए : $\frac{1 + \sec A}{\sec A} = \frac{\sin^2 A}{1 - \cos A}$.
51. सिद्ध करें कि : $\sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$.
52. $2\cos^2\theta = \frac{2}{1 + \cot^2\theta}$ का मान मालूम करें।
53. सिद्ध करें कि $\left(\frac{1 - \tan A}{1 - \cot A}\right)^2 = \tan^2 A$.
54. यदि $\cos\theta + \sin\theta = 1$ तो सिद्ध करें कि $\cos\theta - \sin\theta = \pm 1$.
55. सिद्ध करें : $\frac{\sin^4\theta - \cos^4\theta}{\sin^2\theta - \cos^2\theta} = 1$
56. $\sin(90^\circ - \theta)$ का त्रिकोणमितीय अनुपात ज्यामितीय विधि से निकालें।
57. सिद्ध करें : $(\sec\theta - \tan\theta)^2 = \frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}$
58. दिखाइए कि $\tan 48^\circ \cdot \tan 23^\circ \cdot \tan 42^\circ \cdot \tan 67^\circ = 1$.
59. सिद्ध करें : $\sec A(1 - \sin A)(\sec A + \tan A) = 1$
60. सिद्ध करें : $\frac{1 + \cos A}{\sin A} + \frac{\sin A}{1 + \cos A} = 2\operatorname{cosec} A$.
61. सिद्ध करें : $\frac{\sin\theta}{\sin(90 - \theta)} + \frac{\cos\theta}{\cos(90 - \theta)} = \sec\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$.
62. सिद्ध करें : $\frac{3 - 4\sin^2\phi}{\cos^2\phi} = 3 - \tan^2\phi$.
63. यदि $\sec\phi = \frac{13}{12}$ तो $\tan\phi + \cot\phi$ का मान निकालें।

8. वृत्त

- बिन्दु O से एक वृत्त पर स्पर्श रेखा की लम्बाई 24 cm तथा केन्द्र से दूरी 25 cm है तो वृत्त के त्रिज्या की लम्बाई क्या होगी ?
- किसी वृत्त के बाह्य बिन्दु P से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ AP और PB खींची गई हैं, जिसमें PA की लम्बाई 6 cm है, तो PB की लम्बाई कितनी होगी ?
- वृत्त तथा उसकी स्पर्श रेखा के उभयनिष्ठ बिन्दु को क्या कहते हैं ?
- O केन्द्र वाले वृत्त के बाहर स्थित बिन्दु P से खींची गई स्पर्श रेखाएँ PA एवं PB हैं। यदि $\angle APO = 30^\circ$ तो $\angle AOB$ का मान क्या होगा ?

5. दिये गये चित्र में PA और PB वृत्त की स्पर्श रेखा हैं तथा $\angle APO = 30^\circ$ तो $\angle AOB = ?$



6. वृत्त में रेखा AB और CD परस्पर बिन्दु E पर कटती हैं। यदि $AE = 3$ cm, $BE = 6$ cm और $CE = 2$ cm तो CD का मान निकालें।
7. एक बिंदु Q से एक वृत्त पर स्पर्श रेखा की लंबाई 24 cm तथा Q की केन्द्र से दूरी 25 cm है। वृत्त की त्रिज्या क्या होगी?

9. वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल

1. किसी वृत्त की त्रिज्या 7 cm है। तो उसका क्षेत्रफल कितना होगा?
2. एक पहिए का व्यास 4 cm है तो 400 चक्करों में वह कितनी दूरी तय करेगी?
3. x त्रिज्या वाले वृत्त और x भुजा वाले वर्ग के क्षेत्रफलों का अनुपात निकालें।
4. किसी वृत्ताकार समान चौड़ाई वाले रास्ते का बाहरी घेरा 20π मी० और भीतरी घेरा 18π मी० है तो रास्ते की चौड़ाई निकालें।
5. 42 cm व्यास वाले त्रिज्यखण्ड का कोण 120° है तो त्रिज्यखण्ड का परिमाप प्राप्त करें।

6. एक 6 cm त्रिज्या वाले त्रिज्यखंड का परिमाप निकालें यदि त्रिज्यखंड का कोण 60° है।
7. किसी वलय की बाहरी त्रिज्या 4 cm और भीतरी त्रिज्या 3 cm हो तो उसका क्षेत्रफल निकालें।

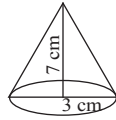
अथवा, किसी वलय की भीतरी और बाहरी त्रिज्याएँ क्रमशः 3 सेमी० और 4 सेमी० है तो उसका क्षेत्रफल निकालें $x = \frac{22}{7}$

8. किसी वृत्त का क्षेत्रफल निकालें यदि उसकी परिधि 22 सेमी० है।
9. एक अर्द्धवृत्ताकार खेत की परिमिति निकालें, यदि व्यास 24 सेमी० हो।
10. एक वृत्त के चतुर्थांश (quadrant) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी परिधि 22 cm है।
11. अर्द्धवृत्ताकार खेत की परिमाप 36 सेमी. है तो उसका व्यास निकालें।
12. एक आयताकार कागज का टुकड़ा है जिसमें $AB = 18$ cm और $BC = 14$ cm है। इस कागज के टुकड़े से BC को व्यास मानकर अर्द्धवृत्ताकार टुकड़ा काट लिया जाता है। कागज के शेष भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
13. एक अर्द्धवृत्त चाँद की परिधि 36 cm तो इसका व्यास निकालें।
14. एक घड़ी की मिनट की सूई, जिसकी लंबाई 14 cm है, सूई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
15. किसी कार के दो वाइपर (Wipers), परस्पर कभी आच्छादित नहीं होते हैं। प्रत्येक वाइपर की पत्ती की लंबाई 25 cm है और 115° के कोण तक घूमकर सफाई कर सकता है। पत्तियों की प्रत्येक बुहार के साथ जितना क्षेत्रफल साफ हो जाता है, वह ज्ञात कीजिए।

16. एक 24 मीटर भुजा वाले समबाहु त्रिभुजीय आकार के मैदान के तीनों शीर्षों पर तीन घोड़े इस तरह से बाँधे जाते हैं कि वे आपस में एक-दूसरे को ठीक से छू सकें। मैदान का कितना भाग वे नहीं चर सकते।
17. $ABCDE$ समपंचभुज क्षेत्र है जिसकी प्रत्येक भुजा की लम्बाई 5 cm है। इसके प्रत्येक शीर्ष पर 2 cm त्रिज्या के वृत्त बनाये गये हैं। समपंचभुज के भीतर त्रिज्या खण्डों के क्षेत्रफलों का योग बतायें।

10. पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

1. यदि एक शंकु और एक बेलन के व्यास और ऊँचाई समान हैं तो उनके आयतन का अनुपात कितना होगा ?
2. 3.5 cm त्रिज्या वाले अर्द्धगोले का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल निकालें।
3. दिये गये चित्र से शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।



4. दो घनों, जिनमें से प्रत्येक का आयतन 64 cm^3 है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
5. किसी बेलनाकार पात्र की ऊँचाई 10 cm है और उसकी आधार की त्रिज्या 7 cm है तो उस पात्र की धारिता क्या है ?
6. यदि घन का कुल पृष्ठ क्षेत्रफल 150 वर्ग मीटर हो तो उसका आयतन ज्ञात करें।
7. एक बेलन के आधार की परिधि 132 cm, उसकी ऊँचाई 25 cm है, तो बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।
8. 8 cm भुजा वाले दो घन बराबर से जोड़ दिये गये हैं। परिणामी घनाभ का पृष्ठ क्षेत्रफल एवं आयतन ज्ञात करें।
9. यदि घन गोला के परिगत हो, तो घन और गोले के आयतन का अनुपात क्या होगा ?
10. दो समान आयतन वाले वृत्ताकार बेलन की ऊँचाइयों का अनुपात 1 : 2 है, तो उनकी त्रिज्याओं का अनुपात क्या होगा ?
11. लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्द्धगोला खोदकर निकालते हुए एक वस्तु बनाई गई है, जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 cm है और आधार की त्रिज्या 3.5 cm है, तो इस वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
12. 6 सेमी० त्रिज्या और 24 सेमी० ऊँचाई वाले मिट्टी के शंकु को गोले में बदल दिया गया है। गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
13. पानी पीने वाला एक गिलास 14 cm ऊँचाई वाले एक शंकु के छिन्नक के आकार का है। दोनों वृत्ताकार सिरों के व्यास 4 cm और 2 cm है। इस गिलास की धारिता ज्ञात कीजिए।
14. किसी अर्द्धगोलाकार कटोरे में कितना लीटर दूध समा सकता है यदि व्यास 10.5 सेमी है।
15. 14 सेमी लम्बे वृत्ताकार समबेलन का आयतन, 11 सेमी किनारे के घन के आयतन के बराबर है, तो बेलन का त्रिज्या निकालें।
16. 3.5 सेमी त्रिज्या वाले अर्द्धगोले का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल निकालें।

11. सांख्यिकी

1. एक टीम फुटबॉल ने 10 मैचों में निम्नलिखित गोल किए :
2, 3, 4, 5, 0, 1, 3, 3, 4, 3 सबसे ज्यादा बार उस टीम ने कितने गोल किये।
2. 7 छात्रों का औसत भार 56 किलोग्राम है। उसमें 6 छात्रों का भार क्रमशः 52, 58, 55, 53, 56 तथा 54 किलोग्राम है। सातवें छात्र का भार ज्ञात करें।
3. बहुलक के किन्हीं दो गुण एवं दो दोषों को लिखें।
4. यदि किसी सममित बंटन का माध्य और माध्यक क्रमशः 26.8 और 27.9 है तो बहुलक निकालें।
5. 2, 3, 4, 6, 7, 6, 5, 9 का माध्यक निकालें।
6. 2, 3, 4, 6, 8, 7, 6, 5, 3, 9 का माध्यक निकालें।
7. यदि वितरण 40, 15, 18, 22, 29, x , 32, y तथा 29 का समानांतर माध्य 25 है तो $x + y$ का मान निकालें।

8. निम्नलिखित बंटन का माध्य 50 हो तो f का मान मालूम करें :

| वर्ग | 0-20 | 20-40 | 40-60 | 60-80 | 80-100 |
|-----------|------|-------|-------|-------|--------|
| बारंबारता | 17 | 28 | 32 | f | 19 |

9. $x + 2$, $2x + 3$, $4x + 5$ और $5x + 2$ का गणितीय माध्य निकालें।
10. निम्नलिखित सारणी से समान्तर माध्य निकालें-

| अंक | विद्यार्थियों की संख्या |
|-------|-------------------------|
| 0-10 | 10 |
| 10-20 | 20 |
| 20-30 | 14 |
| 30-40 | 06 |

11. 30 विद्यार्थियों का भार सारणी में दिया गया है-

| वजन | 40-45 | 45-50 | 50-55 | 55-60 | 60-65 | 65-70 | 70-75 |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| विद्यार्थी की संख्या | 2 | 3 | 8 | 6 | 6 | 3 | 2 |

विद्यार्थी का माध्य ज्ञात करें।

12. निम्नांकित संचयी बारंबारता सारणी का माध्य निकालें।

| प्राप्तांक | 20 से नीचे | 40 से नीचे | 60 से नीचे | 80 से नीचे | 100 से नीचे |
|-------------------------|------------|------------|------------|------------|-------------|
| विद्यार्थियों की संख्या | 10 | 30 | 35 | 40 | 45 |

13. बहुलक निकालें :

| वर्ग-अंतराल | 0-20 | 20-40 | 40-60 | 60-80 | 80-100 | 100-120 |
|-------------|------|-------|-------|-------|--------|---------|
| बारंबारता | 10 | 35 | 52 | 61 | 38 | 29 |

14. माध्य ज्ञात करें-

| वर्ग-अंतराल | बारम्बारता |
|-------------|------------|
| 0-10 | 9 |
| 10-20 | 3 |
| 20-30 | 4 |
| 30-40 | 2 |
| 40-50 | 2 |

15. निम्नलिखित वितरण से माध्यिका निकालें-

| | | | | | |
|-------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| मजदूरी (रु० में) | 200-300 | 300-400 | 400-500 | 500-600 | 600-700 |
| मजदूरों की संख्या | 3 | 5 | 20 | 10 | 6 |

16. अग्रलिखित बंटन किसी फैक्ट्री के 50 श्रमिकों की दैनिक आय दर्शाता है-

| | | | | | |
|--------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| दैनिक आय (रु० में) | 240 से कम | 280 से कम | 320 से कम | 360 से कम | 400 से कम |
| श्रमिकों की संख्या | 12 | 26 | 34 | 40 | 50 |

उपरोक्त बंटन से तोरण खींचिए।

17. निम्नलिखित बंटन किसी फैक्ट्री के 50 श्रमिकों की दैनिक आय दर्शाता है। इससे तोरण खींचिए।

| | | | | | |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| दैनिक आय (रुपयों में) | 100-120 | 120-140 | 140-160 | 160-180 | 180-200 |
| श्रमिकों की | 12 | 14 | 8 | 6 | 10 |

12. प्रायिकता

- किसी लॉटरी की 500 टिकटें बेची गईं और उन पर 5 पुरस्कार रखे गये हैं। यदि रमेश ने लॉटरी का एक टिकट खरीदा हो, तो उसके पुरस्कार जीतने की प्रायिकता क्या है ?
- वह घटना जिसका घटना निश्चित होता है, उसकी प्रायिकता क्या है ?
अथवा, एक निश्चित या निर्धारित घटना की प्रायिकता कितनी होती है ?
- दो पासों को एक बार फेंका जाता है। प्रत्येक पासे पर एक ही संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात करें।
- किसी सिक्के को उछाल में पृष्ठ आने की प्रायिकता क्या होगी ?
- मान लें कि पासे को हम एक बार फेंकते हैं। 4 से छोटी या उसके बराबर संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता क्या होगी ?
- एक पासे को एक बार फेंका जाता है। एक अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- एक पासे को दो बार फेंका जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि 5 कम-से-कम एक बार आएगा ?
- दो खिलाड़ी मनोज और उत्तम टेनिस का एक मैच खेलते हैं। यह ज्ञात है कि मनोज द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता 0.62 है। उत्तम के जीतने की प्रायिकता क्या होगी ?
- अच्छी प्रकार फेंटी गयी 52 पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। प्रायिकता क्या होगी यह पत्ता (i) एक इक्का है। (ii) एक इक्का नहीं है।
- एक थैले में 3 लाल, 5 काली तथा 7 सफेद गेंद हैं। थैले में से यदृच्छया (Randomly) एक गेंद निकाली गई। प्रायिकता ज्ञात करें कि निकाली गई गेंद काली नहीं है।
- मान लीजिए एक पासे को एक बार फेंका जाता है तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए- (i) 4 से बड़ी संख्या होने की (ii) 4 से छोटी या उसके बराबर संख्या होने की।
- 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई एक गड्डी से एक पत्ता निकाला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए : (i) लाल रंग का बादशाह (ii) एक फेस कार्ड अर्थात् तस्वीर वाला पत्ता (iii) लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता (iv) पान का गुलाम (v) हुकुम का पत्ता (vi) एक ईट की बेगम

2. दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म के अनुप्रयोग

1. दो अंकों की एक संख्या एवं उसके अंकों को उलटने पर बनी संख्या का योग 66 है। यदि संख्या के अंकों का अन्तर 2 हो, तो संख्या ज्ञात कीजिए। ऐसी संख्याएँ कितनी हैं?
2. दो अंकों की एक संख्या तथा इसके अंक पलटने पर बनी संख्या का योग 110 है। यदि मूल संख्या से 10 घटा लिया जाए तो नई संख्या मूल संख्या के अंकों के योग के 5 गुना से 4 अधिक हो जाती है। तो मूल संख्या ज्ञात करें।

3. समय, दूरी और चाल पर आधारित प्रश्न

1. रितु धारा के अनुकूल 2 घंटे में 20 km तैर सकती है और धारा के प्रतिकूल 2 घंटे में 4 km तैर सकती है। उसकी स्थिर जल में तैरने की चाल तथा धारा की चाल ज्ञात कीजिए।

4. भिन्न पर आधारित प्रश्न

1. एक भिन्न $1/3$ हो जाती है, जब उसके अंश से 1 घटाया जाता है और वह $1/4$ हो जाती है, जब हर में 8 जोड़ दिया जाता है। भिन्न को बीजगणितीय विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।
2. एक आयत का क्षेत्रफल 9 वर्ग इकाई कम हो जाता है, यदि उसकी लंबाई 5 इकाई कम कर दी जाती है और चौड़ाई 3 इकाई बढ़ा दी जाती है। यदि हम लंबाई को 3 इकाई और चौड़ाई को 2 इकाई बढ़ा दें, तो क्षेत्रफल 67 वर्ग इकाई बढ़ जाता है। आयत की विमाएँ बीजगणितीय विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

4.1. मिश्रित प्रश्नोत्तर

1. एक मित्र दूसरे से कहता, यदि तुम मुझे एक सौ दे दो, तो मैं आपसे दो गुना धनी बन जाऊँगा। दूसरा उत्तर देता है, यदि आप, मुझे दस दे दें, तो मैं आप से छः गुना धनी बन जाऊँगा। बताइए कि उनकी क्रमशः क्या संपत्तियाँ हैं?
2. एक छात्रावास के मासिक व्यय का एक भाग नियत है तथा शेष इस पर निर्भर करता है कि छात्र ने कितने दिन भोजन लिया है। जब एक विद्यार्थी A को, जो 20 दिन भोजन करता है, 1000 रु० छात्रावास के व्यय के लिए अदा करने पड़ते हैं, जबकि एक विद्यार्थी B को, जो 26 दिन भोजन करता है, छात्रावास के व्यय के लिए 1180 रु० अदा करने पड़ते हैं। नियत व्यय और प्रतिदिन के भोजन का मूल्य बीजगणितीय विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।
3. A और B के पास कुल मिलाकर 45 गोलियाँ हैं। दोनों में प्रत्येक ने 5 गोली खो दिया और अब उनके पास बची गोलियों का गुणनफल 124 है। उनके पास प्रारम्भ में कितनी गोलियाँ थीं?

5. द्विघात समीकरण के हल के अनुप्रयोग पर विविध प्रश्न

संख्याएँ ज्ञात करने से सम्बन्धित प्रश्न

1. दो संख्याओं का योग 15 है। यदि उनके व्युत्क्रमों का योग $3/10$ है तो संख्याएँ मालूम करें।

5.1. मिश्रित प्रश्नोत्तर

1. एक भिन्न के अंश से 1 घटाया जाता है तो वह $\frac{1}{3}$ हो जाता है तथा हर में 8 जोड़ा जाता है तो $\frac{1}{4}$ हो जाता है तो भिन्न निकालें।
2. एक मोटर बोट, जिसकी स्थिर जल में चाल 18 km/h है, 24 km धारा के प्रतिकूल जाने में, वही दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए।
3. हँसों के झुंड से कुल संख्या के वर्गमूल का $\frac{7}{2}$ तालाब के किनारे खेल रहे हैं शेष दो पानी में जलक्रीड़ा कर रहे हैं तो हँसों की कुल संख्या निकालें।

6. पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

1. एक शंकु के छिन्नक की तिर्यक ऊँचाई 4 cm है तथा इसके वृत्तीय सिरों की परिमाप (परिधि) 18 cm और 6 cm हैं। इस छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
2. एक खिलौना त्रिज्या 3.5 cm वाले एक शंकु के आकार का है, जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्द्धगोले पर अध्यारोपित है। इस खिलौने की संपूर्ण ऊँचाई 15.5 cm है। इस खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$
3. कोई तंबू एक बेलन के आकार का है जिस पर एक शंकु अध्यारोपित है। यदि बेलनाकार भाग की ऊँचाई और व्यास क्रमशः 2.1 m और 4 m है तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई 2.8 m है तो इस तंबू को बनाने में प्रयुक्त कैनवस का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। साथ ही, 500 रु० प्रति m^2 की दर से इसमें प्रयुक्त कैनवस की लागत ज्ञात कीजिए। (ध्यान दीजिए कि तंबू के आधार को कैनवस से नहीं ढका जाता है।)
अथवा, कोई तंबू एक बेलन के आकार का है जिस पर एक शंकु अध्यारोपित है। यदि बेलनाकार भाग की ऊँचाई और व्यास क्रमशः 2.1 मी० और 4 मी० है तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई 2.8 मी० है तो इस तंबू को बनाने में प्रयुक्त कैनवस का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
4. 2.4 cm ऊँचाई और 1.4 cm व्यास वाले एक ठोस बेलन में से इसी ऊँचाई और इसी व्यास वाली एक शंक्वाकार खोल काट लिया जाता है शेष बचे ठोस का पृष्ठ क्षेत्रफल निकालें।
5. 6 सेमी चौड़ी और 1.5 सेमी गहरी एक नहर में पानी 10 कि०/घंटा की चाल से चल रहा है। 30 मिनट में यह नहर कितने क्षेत्रफल की सिंचाई कर पायेगी जबकि सिंचाई के लिए 8 सेमी गहरे पानी की आवश्यकता है।
6. पानी पीने वाले एक गिलास 14 सेमी ऊँचाई वाले एक शंकु के छिन्नक के आकार का है। दोनों तरफ वृत्ताकार सिरों के व्यास 4 सेमी० और 2 सेमी० हैं, तो ग्लास की धारिता ज्ञात करें।
7. एक शंकु के छिन्नक की तिर्यक की ऊँचाई 4 सेमी है तथा उसके वृत्तीय सिरों की परिमाप क्रमशः 15 सेमी और 6 सेमी हैं; तो छिन्नक के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल निकालें।

7. त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

ऊँचाई

1. भूमि के एक बिंदु से, जो मीनार के पाद-बिंदु से 30 m की दूरी पर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
2. 6 मीटर ऊँचाई वाले एक उर्ध्वाधर स्तंभ की छाया की लम्बाई 4 m है; उसी समय एक मीनार की छाया की लम्बाई 28 m है; तो मीनार की ऊँचाई निकालें।
3. आँधी आने से एक पेड़ टूट जाता है और टूटा हुआ भाग इस तरह मुड़ जाता है कि पेड़ का शिखर जमीन को छूने लगता है और इसके साथ 30° का कोण बनाता है। पेड़ के पाद-बिंदु की दूरी, जहाँ पेड़ का शिखर जमीन को छूता है, 8 m है। पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
4. भूमि के एक बिंदु से एक 20 m ऊँचे भवन के शिखर पर लगी एक संचार मीनार के तल और शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 45° और 60° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

अथवा, 20 मी० ऊँचा एक भवन के शिखर पर एक टावर है। जमीन पर स्थित एक बिन्दु से टावर के आधार और शीर्ष के उन्नयन कोण क्रमशः 45° और 60° है। तो टावर की ऊँचाई निकालें।

5. एक पेडस्टल के शिखर पर एक 1.6 m ऊँची मूर्ति लगी है। भूमि के एक बिंदु से मूर्ति के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और उसी बिंदु से पेडस्टल के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। पेडस्टल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
6. 7 m ऊँचे भवन के शिखर से एक केबल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पाद का अवनमन कोण 45° है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
7. कोई उर्ध्वाधर मीनार 10 m ऊँचे झंडे के खम्भे की चोटी पर समकोण बनाती है। यदि उनके बीच की दूरी 10 m हो तो मीनार की ऊँचाई ज्ञात करें।
8. मीनार के आधार से एक ही सरल रेखा में 4 मी० और 9 मी० की दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण हैं। सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई 6 मी है।

अथवा, मीनार के आधार से और एक सरल रेखा में 4 मी० और 9 मी० दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण पूरक कोण है तो मीनार की ऊँचाई निकालें।

9. किसी मीनार के आधार से a तथा b की दूरियों पर एक ही रेखा में स्थित दो बिन्दुओं क्रमशः P और Q से देखने पर, मीनार की ऊपरी सिरे के उन्नयन कोण पूरक पाए जाते हैं। साबित कीजिए कि मीनार की ऊँचाई \sqrt{ab} है।
10. एक मीनार के पाद से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है और भवन के पाद से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार की ऊँचाई 50 मीटर है तो भवन की ऊँचाई निकालें।
11. 20 मीटर ऊँचे एक भवन के शिखर पर एक ट्रांसमीटर टावर है जमीन पर स्थित एक बिन्दु से टावर के आधार और शीर्ष के उन्नयन कोण क्रमशः 45° और 60° हैं; तो टावर की ऊँचाई ज्ञात करें।
12. एक सर्कस का कलाकार 20 मी० लम्बी डोर पर चढ़ रहा है जो तनी हुई है। यदि भूमि के साथ डोर द्वारा बनाया गया कोण 30° है तो खम्भे की ऊँचाई निकालें।

13. 7 मी० ऊँचे भवन के शिखर से एक केबल टावर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पाद का अवनमन कोण 45° है तो टावर की ऊँचाई निकालें।
14. एक ऊर्ध्वाधर टॉवर 5 मी० ऊँचे झंडे की चोटी पर समकोण बनाती है तो यदि उनके बीच के दूरी 12 मी० हो तो टावर की ऊँचाई निकालें।
15. एक समतल जमीन पर खड़ी मीनार की छाया उस स्थिति में 40 m अधिक लम्बी हो जाती जब सूर्य का उन्नयन कोण 60° से घटकर 30° हो जाता है, तो मीनार की ऊँचाई निकालें।
16. एक पतंग की डोरी 100 मी० लम्बी है यदि डोरी एक सरल रेखा के रूप में हो एवं भूतल के साथ θ कोण इस प्रकार बनाती है कि $\sin\theta = \frac{8}{15}$ हो तो भूतल से पतंग की ऊँचाई ज्ञात करें।
17. एक मीनार के आधार से 30 मीटर की दूरी पर स्थित भूमि के एक बिन्दु से मीनार के चोटी का उन्नयन कोण 30° है, तो मीनार की ऊँचाई निकालें।

8. दूरी

1. एक नदी के पुल के एक बिंदु से नदी के सम्मुख किनारों के अवनमन कोण क्रमशः 30° और 45° हैं। यदि पुल किनारों से 3 m की ऊँचाई पर हो, तो नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।
2. एक सड़क 50 मी० ऊँची मीनार के आधार तक सीधी जाती है। मीनार की चोटी से सड़क पर खड़ी दो कारों के अवनमन कोण क्रमशः 30° और 60° हैं। दोनों कारों के बीच की दूरी ज्ञात करें।

8.1. मिश्रित प्रश्नोत्तर

1. एक आदमी नदी के एक किनारे से दूसरे किनारे पर स्थित एक मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° पाता है। जब वह नदी के किनारे से 40 m दूर जाता है तो उन्नयन कोण 30° पाता है, तो मीनार की ऊँचाई एवं नदी की चौड़ाई ज्ञात करें।
2. एक नहर के एक तट पर एक टीवी टावर ऊर्ध्वाधरतः खड़ा है। टॉवर के ठीक सामने दूसरे तट के एक बिंदु से टावर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। इसी तट पर इस बिंदु से 20 m दूर और इस बिंदु को मीनार के पाद से मिलाने वाली रेखा पर स्थित एक अन्य बिंदु से टावर के शिखर का उन्नयन कोण 30° है (देखिए आकृति)। टावर की ऊँचाई और नहर की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।
3. एक स्तम्भ की छाया की लम्बाई, स्तम्भ की ऊँचाई से $\frac{1}{\sqrt{3}}$ गुनी है। सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात करें।
4. एक बहुमंजिला भवन के शिखर से देखने पर एक 8 मी० ऊँचे भवन के शिखर और तल के अवनमन कोण क्रमशः 30° और 45° हैं। बहुमंजिले भवन की ऊँचाई और दोनों भवनों के बीच की दूरी ज्ञात करें।

9. त्रिभुज

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय या थैल्स प्रमेय

1. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समान्तर अन्य दो भुजाओं को काटते हुए, कोई रेखा खींचें तो वह त्रिभुज की अन्य दोनों भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है।

10. भुजा-कोण-भुजा समरूपता

1. यदि एक त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के संगत कोण के बराबर हों तथा कोणों को बनाने वाली भुजाएँ भी संगत भुजाओं के अनुपाती हों तो दोनों त्रिभुज समरूप होंगे।

समरूप त्रिभुजों का क्षेत्रफल

1. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात, उन त्रिभुजों की भुजाओं के वर्ग अनुपात के बराबर होता है।

11. पाइथागोरस प्रमेय

1. किसी समकोण त्रिभुज बनाने वाली भुजाएँ 3 cm और 4 cm हैं तो उस त्रिभुज का कर्ण ज्ञात करें तथा जिस प्रमेय के आधार पर हल होता है उस प्रमेय को लिखकर सिद्ध करें।
अथवा, (पाइथागोरस प्रमेय) किसी समकोणीय त्रिभुज में एक भुजा का वर्ग, अन्य दो भुजाओं के वर्ग के योग के बराबर होता है।

11.1. पाइथागोरस प्रमेय का विलोम

1. सिद्ध करें कि यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो, तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।
अथवा, पाइथागोरस प्रमेय को लिखें एवं सिद्ध करें।

उपप्रमेय

2. सिद्ध करें कि किसी त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समानान्तर और आधी होती है।

12. वृत्त : वृत्त की स्पर्श रेखा

1. सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती हैं।
2. सिद्ध करें कि वृत्त की स्पर्श बिन्दु से होकर जाने वाली रेखा त्रिज्या पर लम्ब होती है।
उपप्रमेय
3. यदि d_1, d_2 ($d_2 > d_1$) दो संकेन्द्रीय वृत्तों के व्यास हों और एक वृत्त की जीवा c दूसरे वृत्त पर स्पर्श रेखा हो तो सिद्ध कीजिए कि $d_2^2 = c^2 + d_1^2$ ।
4. सिद्ध कीजिए किसी वृत्त के किसी व्यास के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समांतर होती हैं।
5. सिद्ध करें कि किसी वृत्त के परिगत समांतर चतुर्भुज समचतुर्भुज होता है।

13. रचनाएँ

13.1. रेखाखण्ड को दिये हुये अनुपात में विभाजित करना

1. रेखा $AB = 12$ cm खींचें और इसे 3 : 5 के अनुपात में विभाजित करें।

13.2. स्केल गुणक के अनुसार त्रिभुज के समरूप त्रिभुज की रचना

1. 5 cm, 6 cm और 7 cm भुजाओं वाले एक त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $7/5$ गुनी हों।

2. 4 सेमी, 5 सेमी और 6 सेमी भुजाओं वाले एक त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $2/3$ गुनी हो।
3. एक त्रिभुज ABC बनाइए, जिसमें भुजा $BC = 6$ सेमी, $AB = 5$ सेमी और $\angle ABC = 60^\circ$ हों। फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएँ त्रिभुज ABC की संगत भुजाओं की $3/4$ गुनी हो।
4. $ABCD$ एक चतुर्भुज बनावें जिसमें $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm, $CD = 5$ cm, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 120^\circ$ इस चतुर्भुज के समरूप एक दूसरा चतुर्भुज बनावें जिसकी भुजाएँ $ABCD$ की संगत भुजाओं का $4/3$ हों।

13.3. वृत्त पर स्पर्श रेखा की रचना करना

1. 6 cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। केन्द्र से 10 cm दूर स्थित एक बिन्दु से वृत्त स्पर्श रेखा युग्म की रचना कीजिए और उनकी लंबाइयाँ मापिए।
अथवा, 6 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त की रचना कीजिए। इसके केन्द्र से 10 सेमी० दूर स्थित एक बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखायुग्म की रचना कीजिए और उनकी लम्बाइयाँ ज्ञात कीजिए।
2. 3 cm त्रिज्या का वृत्त खींचें। वृत्त के केन्द्र से 5 cm की दूरी पर स्थित बिन्दु से वृत्त पर दो स्पर्श रेखा खींचें। स्पर्श रेखा की लम्बाई ज्ञात करें।
3. 4 cm त्रिज्या के एक वृत्त पर 6 cm त्रिज्या के एक संकेंद्रीय वृत्त के किसी बिन्दु से एक स्पर्श रेखा की रचना कीजिए और उसकी लंबाई मापिए।
4. 3 cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचें तथा इसके बाहर वृत्त के केन्द्र से 8 cm की दूरी पर एक बिन्दु P है। बिन्दु P से वृत्त पर स्पर्श रेखा खींचें। कितनी स्पर्श रेखा खींची जायेंगी? स्पर्श रेखा की लम्बाई बतावें।
5. 5 cm त्रिज्या के एक वृत्त पर ऐसी दो स्पर्श रेखाएँ खींचिए जो परस्पर 60° के कोण पर झुकी हों।
6. 5 सेमी त्रिज्या के वृत्त के केन्द्र से 10 सेमी दूर एक बिन्दु P से वृत्त पर स्पर्श रेखा युग्म खींचें।
7. 3.5 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचें। इसके परिगत एक समबाहु त्रिभुज बनाएँ।
8. एक समकोण त्रिभुज खींचें जिसका कर्ण = 8 cm और अन्य दो भुजाओं का अंतर 2 cm हो। इस त्रिभुज के परिगत एक वृत्त खींचें। त्रिज्या को नापें।

★★★